

Filtre en peigne – Comb filter

On considère le système numérique de fonction de transfert :

$$H(z) = (1 - a) \cdot \frac{1}{1 - a \cdot z^{-2m}} \quad a \text{ réel positif avec } a < 1 \text{ et } m \text{ entier}$$

1) *Décomposition de la fonction de transfert.*

- Déterminer les pôles q_j et les zéros z_i (module et argument) de $H(z)$.
- Placer ces pôles et zéros dans le plan des z pour $m = 4$.
- Faire une prévision sur la courbe de réponse en fréquence d'un tel filtre.

2) *Etude de la réponse fréquentielle en amplitude du filtre.*

- Déterminer $H(z = e^{j\omega})$ en fonction de a et \cos ; on posera $\omega = 2\pi f/f_e$;
 f_e : fréquence d'échantillonnage.
- Déterminer alors les valeurs minimales H_{\min} et maximales H_{\max} en fonction de a ,
prises par $H(z = e^{j\omega})$.
- En déduire les fréquences correspondantes f_{\min} et f_{\max} en fonction de f_e , m et k .
(Note: k est l'entier de périodicité angulaire).
- Comparer ces résultats avec la prévision précédente.
- Tracer alors la réponse fréquentielle en amplitude pour $0 \leq f \leq \frac{f_e}{2}$ et $m = 4$.

3) *Analyse de la sélectivité.*

- Dans le cas général d'un filtre passe bande sélectif, rappeler l'approximation graphique de sa bande passante (BP) à -3 dB en fonction de f_e et a .
- Dans notre cas le coefficient a est codé sur N bits, donner la valeur maximale de a (notée a_{\max}) pouvant être mise en mémoire, (exprimer a_{\max} en fonction de N).
- En déduire, le module des pôles q_{\max} en fonction de N et m d'un filtre réalisé avec a_{\max} .
- Après avoir effectué un développement limité au 1er ordre de q_{\max} , déterminer l'expression littérale en fonction de N , f_e et m de la bande passante (à -3 dB) minimale pouvant être obtenue autour de chacune des fréquences de résonance du filtre.
- Applications numériques :
On donne $f_e : 400$ Hz, $m = 4$ et $N = 6$
Donner la valeur de la B.P. de chaque bande transmise.
Conclure sur la supériorité d'un filtrage numérique par rapport au même filtrage analogique.
- On choisit toujours $f_e = 400$ Hz et $m = 4$.

Donner la fonction de transfert d'un filtre réjecteur numérique en peigne qui élimine d'un signal échantillonné : le niveau continu, les composantes à la fréquence du secteur (50Hz) et aux 3 premières harmoniques de celle-ci .